

Apellido paterno:		Apellido materno:		Nombre:	

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total	Nota

1) [20 ptos.] Sea

$$E = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} \cdot \left[1 - \frac{x}{(x + 1)^2} \right] \div \left(\frac{x}{1 - x^2} \right)$$

- a) [15 ptos.] Simplifique al máximo la expresión E .
- b) [5 ptos.] Calcule el valor de E para $x = 2$.

2) [10 ptos.] Carla tiene dos terrenos A y B , ambos de forma rectangular. En el terreno A el largo mide 7 metros más que el ancho. En el terreno B , el largo mide 2 metros más que el largo del terreno A y el ancho mide 3 metros más que el ancho del terreno A . Si el área del terreno B es 54 metros cuadrados menor que el triple del área del terreno A , determine las medidas de los lados de los terrenos.

3) a) [15 ptos.] Sea α un ángulo en el primer cuadrante. Determinar el valor de $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\cot(\alpha)$, considerando que

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{6}\right)}$$

4) [15 ptos.] Dos personas situadas en puntos opuestos de una ciudad ubicada en un terreno plano, observan que en la ciudad hay una torre. Los ángulos de elevación del punto de observación de cada persona con respecto al punto más alto de la torre son de 30° y 45° . Si la distancia entre las dos personas es de 2 km, ¿cuál es la altura de la torre?

PAUTA

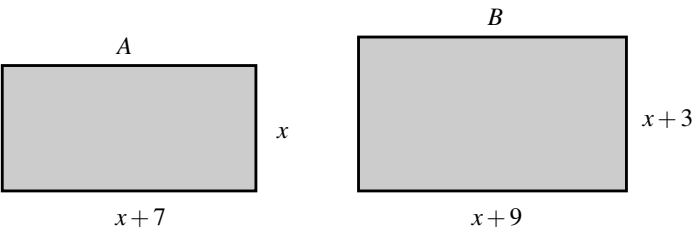
1) a)

$$\frac{x^2-1}{x^3-1} \cdot \left[1 - \frac{x}{(x+1)^2}\right] \div \left(\frac{x}{1-x^2}\right) = \underbrace{\frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x^2+x+1)}} \left[\frac{\cancel{x^2+x+1}}{\cancel{(x+1)^2}}\right] \cdot \frac{\cancel{(1+x)}(1-x)}{x}}_{10pts} = \underbrace{\frac{1-x}{x}}_{5pts}$$

b) Si $x = 2 \Rightarrow E = -\frac{1}{2}$

5 pts

2) La situación de los terrenos es:

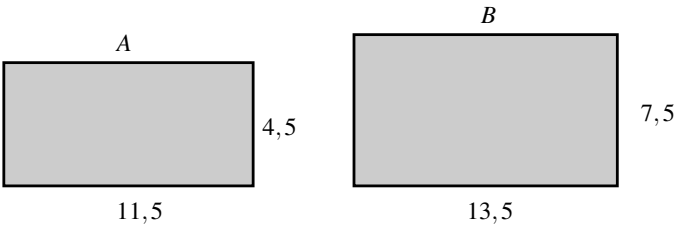


$$\begin{aligned}(x+3)(x+9) + 54 &= 3x(x+7) \\ x^2 + 12x + 27 + 54 &= 3x^2 + 21x \\ 0 &= 2x^2 + 9x - 81 \\ 0 &= (x+9)(2x-9)\end{aligned}$$

3pts

Por lo que las soluciones son $x = -9$ (no puede ser) y $x = 9/2 = 4,5$.
Luego las medidas de los terrenos es:

3 pts

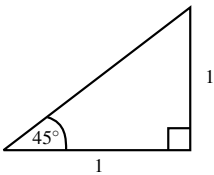


4 pts

3)

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}}{1 \cdot \sqrt{3}} = 1$$

9 pts

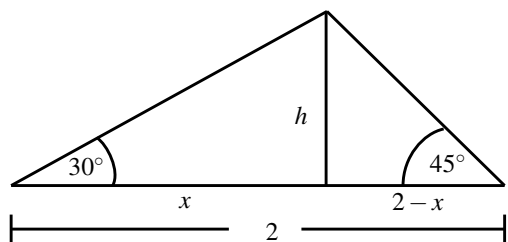


Así

■ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ■ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ■ $\cot \alpha = 1$

2+2+2 pts

4) La situación del problema es :



3 pts

Tenemos

■ $\tan 30^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \sqrt{3}h$

3 pts

■ $\tan 45^\circ = \frac{h}{2-x} \Rightarrow x = 2-h$

3 pts

Igualando

$$\sqrt{3}h = 2-h \Rightarrow h = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

6 pts